

# Analiza osjetljivosti

Dušan Mundar, dipl.inž.mat.

Fakultet organizacije i informatike  
Sveučilište u Zagrebu  
dusan.mundjar@foi.hr

17.10.2011.

## Analiza osjetljivosti

- Analiza osjetljivosti je proučavanje varijabilnosti izlaznih rezultata matematičkog modela u ovisnosti o varijacijama vrijednosti ulaznih veličina u modelu.
- Drugačije iskazano, to je tehnika sistematske promjene vrijednosti ulaznih veličina modela da bi se analizirale posljedice takvih promjena.

## Korisnost analize osjetljivosti

Analiza osjetljivosti služi:

- kao potpora donošenju odluka ili za izradu preporuka donositeljima odluka,
- za poboljšanje komunikacije između izraditelja modela i donositelja odluke (stvara preporuke razumljivijima, vjerodostojnijima, uvjerljivijima),
- za poboljšanje razumijevanja sustava (odnosa ulaznih i izlaznih varijabli),
- za poboljšanje modela.

## Matematički model

Matematički model je niz jednadžbi s ulaznim faktorima, parametrima, varijablama kojima se istražuje neki proces.

## Modeli, analiza pouzdanosti i analiza osjetljivosti

- Matematički modeli u sociologiji, ekonomiji ili prirodnim znanostima ne pružaju nužno dobar uvid u veze između ulaznih i izlaznih vrijednosti modela. Razumijevanje takvih veza nužno je da bi model mogli ispravno koristiti.
- Ulazne vrijednosti sadrže mnogo nesigurnosti, uključujući greške mjerenja, odsustvo informacija, slabo ili djelomično poznavanje veza s ostalim ulaznim ili izlaznim veličinama. Takva nesigurnost povlači i graničnu pouzdanost rezultata/izlaznih vrijednosti modela.
- Dobro modeliranje zahtjeva i evaluaciju pouzdanosti modela. Pouzdanost modela testira se pouzdanošću ulaznih varijabli.
- Analiza osjetljivosti pruža rangiranje ulaznih varijabli prema utjecaju na varijaciju izlaznih varijabli.

## Primjena analize u višekriterijskom odlučivanju

Ponekad analiza osjetljivosti može pružiti i novi pogled na područje interesa. U području višekriterijskog odlučivanja treba odrediti najbolju alternativu u skupu dostupnih. Kod takvog odlučivanja koristi se niz kriterija za vrednovanje. Kriterijima su pridružene važnosti, odnosno težine. Intuitivno, veća težina povlači veću važnost kriterija. Analiza osjetljivosti otvara novu perspektivu u problemu odlučivanja, uvodeći kritičnost kriterija. Pod kritičnošću možemo smatrati utjecaj promjene važnosti ili vrijednosti kriterija na konačni ishod odlučivanja. Moguće je dakle da oni kriteriji koji imaju malu važnost budu kritični u nekoj situaciji, tj. da budu presudni u procesu odlučivanja. Dakle, analiza osjetljivosti može nam dati pogled na situacije koje prije nismo uočili. Što nadalje može rezultirati puno učinkovitijom analizom i konačno implementacijom boljeg konačnog rješenja.



### Zadatak

Uzimate kredit u iznosu od 100 000 na deset godina uz mjesečnu otplatu i kamatnu stopu od 10%.

- Odredite anuitet za navedeni kredit i izradite otplatnu osnovicu.
- Ukoliko Vam je trenutna plaća 4000 koliko dio plaće trebate odvajati za anuitet?
- Ukoliko očekujete rast plaće u iznosu od 2% godišnje (jednom godišnje na kraju godine) odredite koliko dio vaših prihoda će činiti anuitet u 10. godini otplate kredita.
- Ukoliko je prosječna stopa inflacije 1,5% odredite realnu vrijednost vaše plaće u 10. godini otplate kredita.
- Ukoliko ste kredit uzeli u CHF i preuzeli valutni rizik procjenite koliko bi mogao iznositi anuitet ukoliko je tečaj između 5 i 8 HRK/CHF (Izračunajte za vrijednosti 5, 5.25, ..., 8).
- Grafički prikažite ovisnost iznosa anuiteta o tečaju i odredite koliko je vjerojatno da anuitet bude manji od 1400 HRK.
- Uzevši pretpostavke o rastu plaće i promjeni tečaja odredite koliko dio realne vrijednosti vaše plaće bi za 10 godina mogao činiti anuitet kredita?



### Zadatak

Razmišljate o investiranju u projekt s neto novčanim tokovima novca danima u tablici

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$F_t$	-50	2	7	13	18	30	20

- Izračunajte neto sadašnju vrijednost projekta ukoliko je cijena kapitala 10%?
- Odredite uz koliku bi kamatnu stopu neto sadašnja vrijednost projekta bila jednaka nuli?
- Ukoliko još niste ispregovarali trošak kapitala ( $p$ ), ali je poznato da bi mogao biti između 8% i 10%. Odredite koliko je vjerojatno da neto sadašnja vrijednost projekta bude strogo veća od 13? ( $p=8, 8.2, \dots, 10$ )
- Grafički prikažite ovisnost vrijednosti NPV-a o kamatnoj stopi.



### Zadatak

Razmišljate o ulasku u proizvodnju na deset godina od koje ove godine možete ostvariti prodaju robe u iznosu od 100 000. Ukoliko ukupni troškovi (nakon pokrivanja operativnih troškova i poreza) čine 95% ukupnih prihoda. Na razliku prihoda i troškova plaća se porez u iznosu od 20%.

- Odredite neto sadašnju vrijednost takvog projekta. ( $p = 10\%$ )
- Ukoliko procjenjujete da bi prodaja mogla rasti 5% godišnje, a troškovi i dalje činiti 95% ukupnih prihoda, odredite neto sadašnju vrijednost takvog projekta.
- Analizirajte osjetljivost NPV-a o ovisnosti o stopi rasta prodaje ( $-2\%, -1, 75\% \dots 15\%$ ).
- Grafički prikažite ovisnost vrijednosti NPV-a o stopi rasta.
- Pretpostavimo sada opet da je stopa rasta 5%, ali nismo sigurni o održavanju razine troškova na 95% prihoda, već bi se ta razina mogla mijenjati. (90, 90, 25%, ..., 99%). Odredite ovisnost NPV-a o razini troškova.
- Napravite analizu osjetljivosti NPV-a na troškove i rast istovremeno.
- Odredite vjerojatnost da NPV projekta bude manji od 15 000 te odredite od koje razine će NPV biti veći sa 95%-tnom sigurnošću?



### Zadatak

Usporedite dva kredita na 10 godina uz godišnju otplatu:

- Kredit u iznosu od 110 000 uz depozit 10 000 (isplata se umanjuje za iznos depozita) uz kamatnu stopu 5,5%. Depozit se vraća po otplati kredita. Kamatna stopa na depozit je 2%.
  - Kredit u iznosu od 100 000 uz kamatnu stopu 6% bez depozita.
- Odredite IRR (efektivnu kamatnu stopu) za oba kredita.
  - Funkcijom Traženja rješenja u MS-Excel-u odredite kolika kamatna stopa bi trebala biti u prvog kredita kako bi IRR oba kredita bio jednak.



Zadatak

Trenutno ponuda robe na tržištu iznosi 1 400 000 proizvoda. Populacija iznosi 4,4 milijuna.

- (a) Ukoliko potražnja za robom iznosi 0,3 proizvoda po stanovniku, odredite koliko proizvoda nedostaje na tržištu.
- (b) Ukoliko je rast potražnje za proizvodima 2% godišnje, a rast ponude 10% godišnje, koliko je godina potrebno da potražnja ponuda postane veća od potražnje?
- (c) Pošto ne možemo sa sigurnošću reći koliko će biti rast ponude i potražnje, ali procjenjujemo da bi potražnja mogla rasti po stopama od 1% do 5% godišnje, a ponuda od 5% do 15% godišnje, odredite do koje bi godine ponuda mogla biti jednaka potražnji sa 90% vjerojatnosti.
- (d) Odredite koliko je vjerojatno da ponuda bude veća od potražnje u narednih 8 godina.



Zadatak

Rezerve nekog prirodnog resursa iznose 1 500 000. Trenutna godišnja potrošnja resursa je 10 000 i godišnje raste po stopi od 4%.

- (a) Koliko godina se potrebe za resursom mogu pokrivati iz prirodnih resursa.
- (b) Koliki bi mogao biti godišnji rast potrošnje da se potrebe mogu pokrivati iz prirodnih resursa narednih 100 godina.
- (c) Ukoliko se iz obnovljivih izvora energije trenutno dobiva 100 jedinica, koliko bi trebao biti rast obnovljivih izvora energije da uz rast potrošnje od 4% ukupna količina bude dostatna za narednih 100 godina.
- (d) Odredite ovisnost manjka/viška izvora za narednih 100 godina u ovisnosti o stopi rasta proizvodnje iz obnovljivih izvora (0,5% – 15%).
- (e) Odredite ovisnost manjka/viška resursa u ovisnosti o proizvodnji iz obnovljivih izvora i stopi rasta potražnje (2% – 6%).



Zadatak

Pretpostavimo da osoba zarađuje 4 000 kn i da godišnji rast plaće iznosi 2%. Potražnja za luksuznom robom iznosi 1 000 te elastičnost potražnje za luksuznom robom iznosi 2,4.

- (a) Odredite za koliko godina će potražnja za luksuznom robom biti 1 500.
- (b) Napravite analizu osjetljivosti na stopu rasta plaće (1% – 5%).
- (c) Odredite osjetljivost na stopu elastičnosti (1,5 – 3).
- (d) Odredite analizu osjetljivosti na obje varijable.



Zadatak

Pretpostavimo da planiramo proizvodnju od 2 500 proizvoda. Cijena po kojoj prodajemo robu je 1 000. Svoje troškove dijelimo na fiksne i varijabilne. U varijabilne ubrajamo materijal (300), cijenu rada (200), potrošnju ostalih resursa (100) po proizvodu. U fiksne troškove ubrajamo stojeve i uređaje 500 000, fiksna zaposlenja  $2 \cdot 4000 \cdot 12$ , ostale naknade za poslovanje  $500 \cdot 12$ . Na razliku prihoda i rashoda plaća se porez (20%).

- (a) Odredite koliko najmanje proizvoda trebate proizvesti kako ne bi poslovali s gubitkom?
- (b) Odredite osjetljivost dobiti na broj prodanih proizvoda.



Zadatak

(c) *Kako ne možete biti sigurni u procijenjene vrijednosti, ali ih smatrate očekivanima, uz procjene najmanjih i najvećih vrijednosti napravite analizu osjetljivosti na navedene veličine pomoću alata Sensit.*

	min	očekivano	max
potražnja	2 000	2 500	3 000
cijena	800	1 000	1 100
materijal	250	300	400
ostali resursi	90	100	110
strojevi	400 000	500 000	650 000
zaposlenja-fiksni dio	$1 \cdot 4\,000 \cdot 12$	$2 \cdot 4\,000 \cdot 12$	$3 \cdot 4\,000 \cdot 12$
ostale naknade	$400 \cdot 12$	$500 \cdot 12$	$600 \cdot 12$

(d) *Nacrтайте Tornado graf i Spider graf za vaš problem.*

Zadatak

*Osoba razmišlja da li da nastavi školovanje i u tu svrhu pokuša ocijeniti financijsku korist od studiranja. Tri su moguće alternative u odlučivanju:*

- 1 *Može ostati zaposlena na sadašnjem mjestu sa plaćom 3 000. Broj radnih sati dnevno 8, broj radnih dana u mjesecu 22.*
- 2 *Može upisati studij po godišnjoj cijeni od 9 000. Dodatni mjesečni troškovi studiranja (samo troškovi vezani uz studij) iznose 400 kn mjesečno. Očekivano trajanje studija je 3 godine. Nakon studija zaposli se sa radnim vremenom 8 sati dnevno, 22 radna dana u mjesecu i plaćom od 5 000 kn.*
- 3 *Može studirati uz rad. Za studiranje troši dnevno 4 sata, broj dana učenja mjesečno 22. Očekivano trajanje studija je 5 godina. Godišnji troškovi studiranja su jednaki kao i u alternativni 2.*

*Pretpostavimo da se nalazi je pred osobom 40 godina rada (uključeno i moguće studiranje).*

Zadatak

- (a) *Odredite ukupne prihode i ukupan broj radnih sati tijekom radnog vijeka te prosječnu zaradu po jednom satu rada i učenja za sva tri slučaja.*
- (b) *Funkcijom Traženje cilja odredite koliko bi trebala biti veća plaća nakon studiranja da prosječna zarada po satu rada ostane jednaka.*
- (c) *Napravite analizu prosječne zarade po satu u ovisnosti o plaći prije studiranja, plaći poslije studiranja, trajanju studiranja i radnom vijeku pomoću alata Sensit.*
- (d) *Odredite koji parametar najviše utječe na prosječnu zaradu po satu rada.*