Metode prognoziranja na vremenskim nizovima

Pomoću ovih metoda buduće vrijednosti prognoziraju se na temelju povijesnih podataka. Pravila po kojima se ponašaju podaci iz prošlosti primjenjuje se na buduće kretanje tih podataka. Ukoliko se promijene okolnosti koje su utjecale na vrijednosti podataka u prošlosti, ove prognoze gube na vrijednosti. S druge pak strane, u određenim okolnostima ove metode su najbolje. Te okolnosti su slijedeće:

1. Uvjeti u kojima su se odvijale aktivnosti na koje se odnose podaci su stabilni i očekuje se da se neće bitno mijenjati u budućem razdoblju na koje se odnosi prognoza
2. Prognoza se odnosi na kraći vrmenski period i u tom vremenu se ne može ništa bitno promijeniti
3. Potrebno je načiniti osnovnu prognozu koja će se prilagođavati očekivanim budućim promjenama.

Sa stajališta korisnika važno je naglasiti da su ove metode jeftine, ne traže puno vremena i lako su razumljive. Posebno su povoljne za razvoj većeg broja prognoza poput npr. prognoziranja razina potrebnih zaliha različite robe u skladištima.
Metode za prognoziranje koje se temelje na vremenskim nizovima dijele se i u skladu sa slijedećim karakteristikama podataka na koje se primjenjuju:

- Stacionarnost; u podacima ne postoji trend, a odstupanja u različitim vremenima su uglavnom jednaka
- Podaci s trendom; općenito u podacima postoji pomak prema "gore" ili "dolje"
- Sezonalnost; postoji trend i pravilo u ponašanju podataka koje se ponavlja s godišnjim razmakom
- Cikličnost; postoji trend, sezonalnost i ponavljanje istog pravila u ponašanju podataka u kraćim vremenskim razmacima od godine dana.

Mi ćemo obraditi metode prognoziranja na stacionarnim vremenskim nizovima.

Točnost prognoze

Najpoznatije mjere za točnost prognoza su prosječno apsolutno odstupanje i prosjek kvadrata odstupanja.

Prosječno apsolutno odstupanje

Ova mjera greške u prognozi računa se kao prosjek apsolutnih vrijednosti razlika između prognoziranih i točnih vrijednosti.

$$PAO = \frac{Suma(|\,toč.\ vrij. - prognozirana\, vrij.|)}{Broj\, vrijednosti}$$

Prosjek kvadrata odstupanja

Ova mjera greške u prognozi računa se kao prosjek kvadrata razlika između prognoziranih i točnih vrijednosti.

$$PKO = \frac{Suma(oč.\ vrij. - prognozirana\, vrij)^2}{Broj\, vrijednosti}$$

Primjer: Računanje ovih grešaka prikazat će se na slijedećem primjeru:

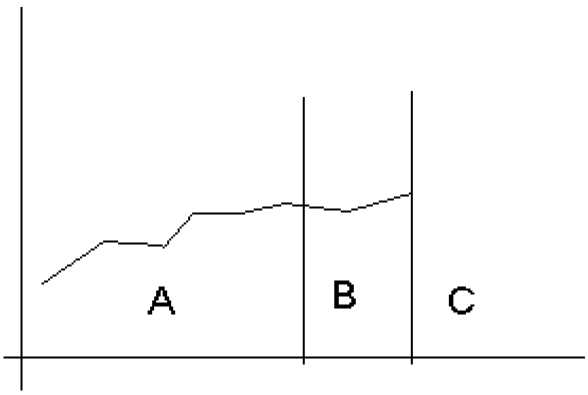
Vremenski period (tjedan)	Broj prodanih komada	Prognozirana prodaja	Pogreška	Apsolutna vrijednost pogreške	Kvadrati grešaka
1	12	12	0	0	0
2	14	13	1	1	1
3	13	14	-1	1	1
4	16	15	1	1	1
5	13	16	-3	3	9
6	15	17	-2	2	4
7	16	18	-2	2	4

PAO=(0+1+1+1+3+2+2)/7= 1,43 , kaže se da je prognoza pogrešna u prosjeku 1,43 .

PKO= (0+1+1+1+9+4+4)/7= 2,86 , kaže se da je prosječni kvadrat greške 2,86.

Kad se uspoređuju prognoze, točnijom se smatra ona kojoj pripadaju manje vrijednosti PAO i PKO. Ove dvije mjere ne dovode do istog zaključka; prognoza koju je PAO=2 dvostruko je lošija od one za koju je POA =1. Ukoliko su to vrijednosti za PKO, onda je greška kod druge prognoze četverostruko veća. Također se može reći da **PKO kažnjava velika odstupanja**.

Opći princip kod prognoziranja



Slika 1

1. Za vremenski niz podataka iz perioda A razvije se prognoza
2. Točnost prognoze testira se s podacima iz razdoblja B
3. U slučaju prihvatljive točnosti, prognoziraju se podaci za razdoblje C .

Pomični prosjeci

Ova metoda spada u tzv. **tehnike izglađivanja**. Naime, tom metodom se slučajna odstupanja u podacima ublažavaju njihovim svođenjem na prosjek, s ciljem da se na tako izglađenim podacima prepozna pravilno ponašanje na temelju kojeg se može izvesti prognoza. To se postiže tako da se točne vrijednosti iz vremenskog niza zamjenjuje prosjekom te vrijednosti i nekoliko susjednih vrijednosti. Ovisno o tome koliko se vrijednosti koristi u izglađivanju govori se o pomičnim prosjecima s dvije točke, tri točke i sl. (u originalu npr. *three-point moving averages* – pomični prosjek s tri točke (vrijednosti)). Broj točaka koji se uzima kod izglađivanja ovisi o prirodi podataka i nema općeg pravila. Treba uzeti toliko točaka da se podaci izglade dovoljno dobro da je moguće izvesti upotrebljivu prognozu. Što je veći broj točaka, podaci su više izglađeni - manje su fluktuacije. U ponekim situacijama kombiniraju se prognoze koje se izvode iz više izglađenih nizova; npr. s 12 točaka (izglađivanje mjesečnih podataka na godišnjoj razini – godišnji prosjek) i 3 točke (tromjesečni prosjek).

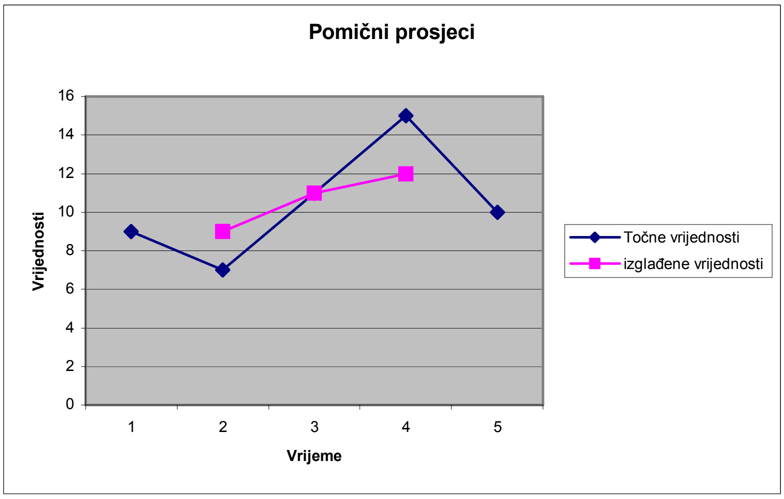
U slijedećoj tablici pokazuje se kako se izglađuju podaci s tri točke:

Period	Točna vrijednost (x_t)	Izglađene vrijednosti (S_t)
1	9	
2	7	**9** = (9+7+11)/3
3	11	**11** = (7+11+15)/3
4	15	**12** = (11+15+10)/3
5	10	

Tablica 2: Pomični prosjek s tri točke

Dakle, izglađena vrijednost u vremenu t računa se kao prosjek točnih vrijednosti u vremenima t-1, t i t+1 :

$S_t = (x_{t-1} + x_t + x_{t+1})/3$, $S_3 = (x_2 + x_3 + x_4)/3$

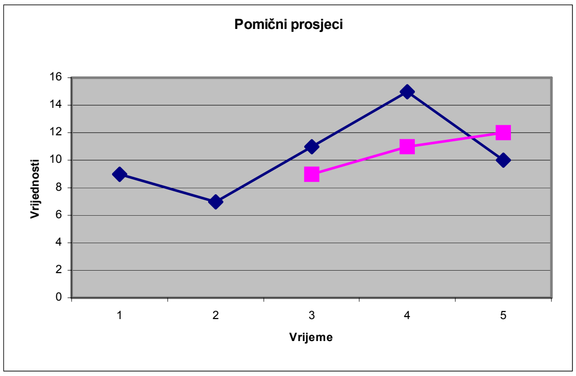


Slika 2: Podaci iz tablice 2

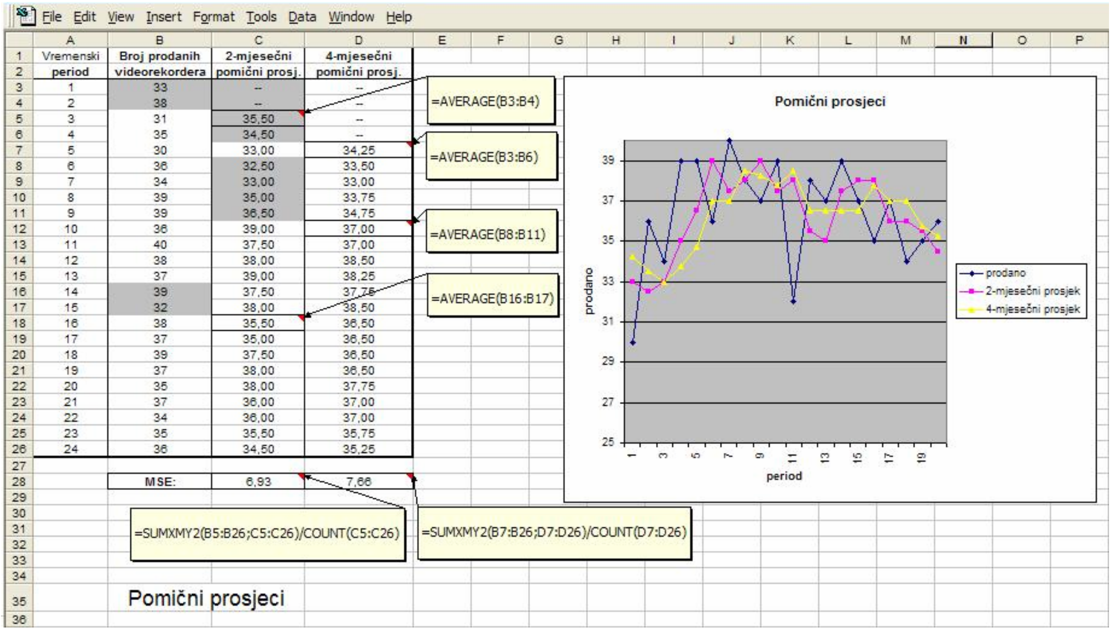
Ukoliko se izglađivanje koristi za prognoziranje, kao prognostička vrijednost za buduća razdoblja uzima se posljednja izglađena vrijednost.

Naglasimo da postoji i verzija izglađivanja u kojoj se za izglađenu vrijednost u vremenu t uzima prosječna vrijednost za nekoliko razdoblja **do tog vremena**. Npr. u izglađivanje s tri točke vrijedi $S_t = (x_{t-2} + x_{t-1} + x_t)/3$. Tablica 2 bi u toj verziji (b) izgledala ovako:

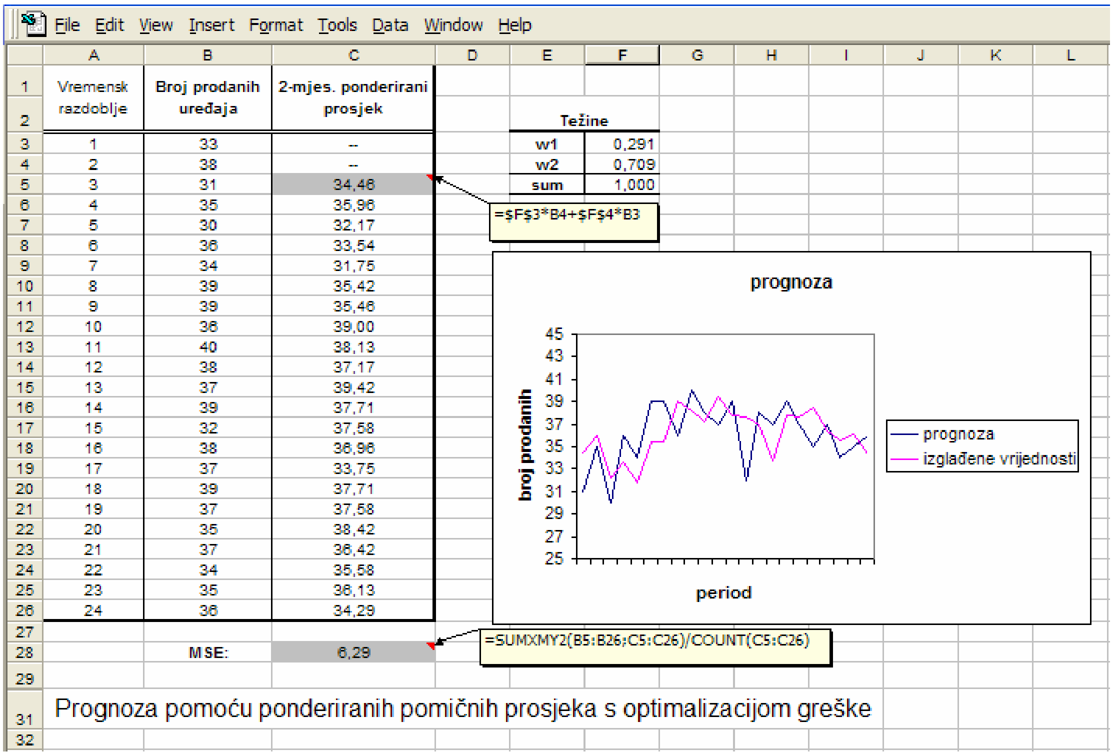
Period	Točna vrij. (x_t)	Izglađene vrij. (S_t)
1	9	
2	7	
3	11	**9** = (9+7+11)/3
4	15	**11** = (7+11+15)/3
5	10	**12** = (11+15+10)/3



Slika 3: Pomični prosjeci, verzija (b)



Vremenski period	Broj prodanih videorekordera	2-mjesečni pomični prosj.	4-mjesečni pomični prosj.
1	33	--	--
2	38	--	--
3	31	35,50	--
4	35	34,50	--
5	30	33,00	34,25
6	36	32,50	33,50
7	34	33,00	33,00
8	39	35,00	33,75
9	39	36,50	34,75
10	36	39,00	37,00
11	40	37,50	37,00
12	38	38,00	38,50
13	37	39,00	38,25
14	39	37,50	37,75
15	32	38,00	38,50
16	38	35,50	36,50
17	37	35,00	36,50
18	39	37,50	36,50
19	37	38,00	36,50
20	35	38,00	37,75
21	37	36,00	37,00
22	34	36,00	37,00
23	35	35,50	35,75
24	36	34,50	35,25
	MSE:	6,93	7,66



Vremensk razdoblje	Broj prodanih uređaja	2-mjes. ponderirani prosjek
1	33	--
2	38	--
3	31	34,46
4	35	35,96
5	30	32,17
6	36	33,54
7	34	31,75
8	39	35,42
9	39	35,46
10	36	39,00
11	40	38,13
12	38	37,17
13	37	39,42
14	39	37,71
15	32	37,58
16	38	36,96
17	37	33,75
18	39	37,71
19	37	37,58
20	35	38,42
21	37	36,42
22	34	35,58
23	35	36,13
24	36	34,29
	MSE:	6,29

Težine	
w1	0,291
w2	0,709
sum	1,000

=$F$3*B4+$F$4*B3

=SUMXMY2(B5:B26;C5:C26)/COUNT(C5:C26)

Prognoza pomoću ponderiranih pomičnih prosjeka s optimalizacijom greške

Eksponencijalno glađenje

Kod pomičnih prosjeka svaka od vrijednosti čiji prosjek se računao imala je jednaku važnost. U mnogim vremenskim nizovima zbivanja iz bliže prošlosti značajniji su indikator za buduće događaje od onih iz udaljenije prošlosti. Ideja eksponencijalnog izglađivanja je upravo ta – vrijednostima iz bliže prošlosti dati veću važnost kod izglađivanja podataka. Ukoliko se npr. vrijednost u trenutku t računa na temelju vrijednosti iz prethodna dva trenutka t-2 i t-1, onda se vrijednosti iz perioda t-2 daje manji ponder od onog koji se daje vrijednosti iz perioda t-1 .

Dakle,

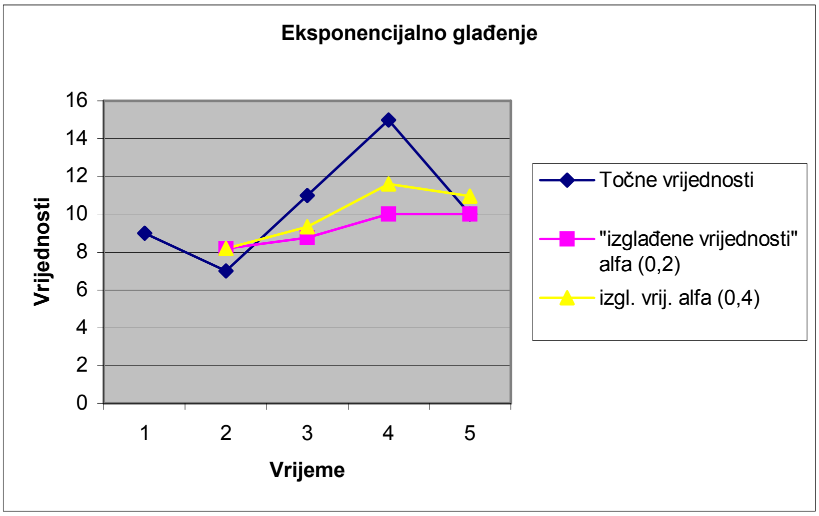
$$S_t = (1-\alpha)\, S_{t-1} + \alpha\, x_t$$

Pri čemu je S_{t-1} izglađena vrijednost iz prethodnog perioda t-1, a x_t je točna vrijednost iz perioda t . Parametar izglađivanja α bira se tako da vrijedi $0 \leq \alpha \leq 1$. Što se veća vrijednost uzima za α , to se veći značaj kod izglađivanja daje aktualnoj vrijednosti iz vremenskog niza.

Period	Točna vrijednost (x_t)	Izglađene vrijednosti (S_t)	
		$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,4$
1	9		
2	7	**8,2** = (1-0,2)8+0,2(9)	8,2 = (1-0,4)9+0,4(7)
3	11	**8,76** = (1-0,2)8,2+0,2(11)	9,32 = (1-0,4)8,2+0,4(11)
4	15	**10,01** = (1-0,2)8,76+0,2(15)	11,59= (1-0,4)9,32+0,4(15)
5	10	**10,01** = (1-0,2)10,01+0,2(10)	10,96= (1-0,4)11,59+0,4(10)

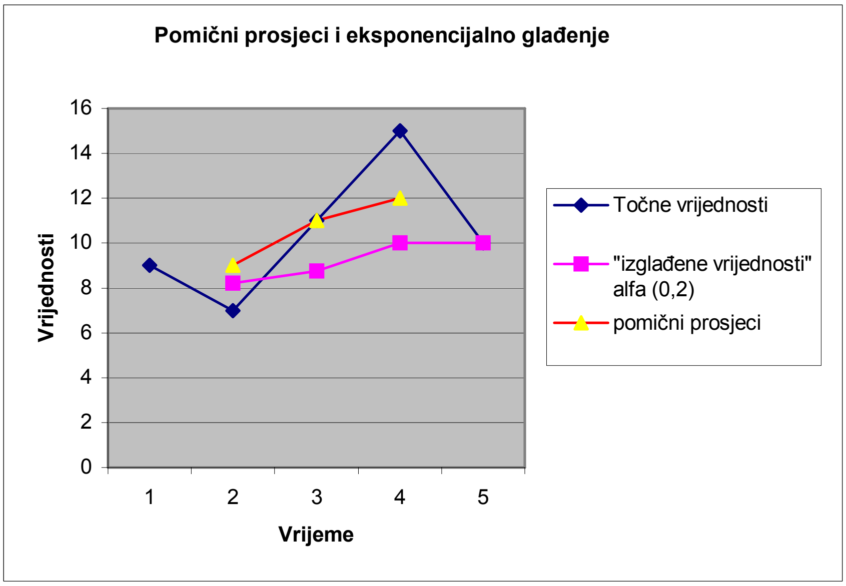
Tablica 2: Pomični prosjek s dvije točke

Na slici 3 vide se grafovi izglađenih podataka:



Slika 3: Eksponencijalno glađenje

Na slici 4 prikazuju se grafovi podataka izglađenih tehnikom pomičnih prosjeka i eksponencijalnim glađenjem:



Slika 4: Eksponencijalno glađenje i pomični prosjeci

Vremenski period	Broj prodanih videorekordera	Prognoza eksp. glađenjem
1	33	33,00
2	38	33,00
3	31	35,50
4	35	33,25
5	30	34,13
6	36	32,06
7	34	34,03
8	39	34,02
9	39	36,51
10	36	37,75
11	40	36,88
12	38	38,44
13	37	38,22
14	39	37,61
15	32	38,30
16	38	35,15
17	37	36,58
18	39	36,79
19	37	37,89
20	35	37,45
21	37	36,22
22	34	36,61
23	35	35,31
24	36	35,15
	MSE:	8,18

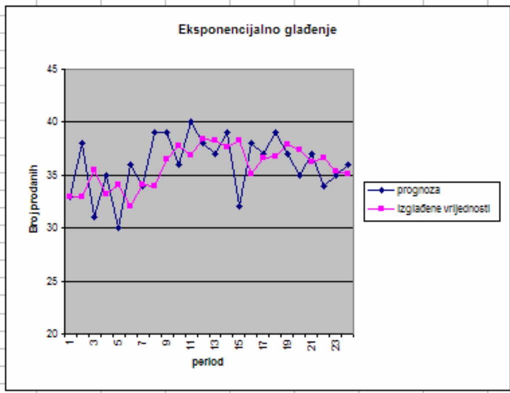
alpha 0,500

Parametar za prilagođavanje grešci prognoze iz prethodnog perioda

=C3+$F$3*(B3-C3)

=C18+$F$3*(B18-C18)

Pogreška prognoze



Eksponencijalno glađenje