

Odlučivanje u uvjetima rizika i osiguranje

Vježbe

Dušan Mundar, dipl. inž. mat.

Fakultet organizacije i informatike
Sveučilište u Zagrebu
dusan.mundjar(at)foi.hr

16.12.2010.

Permutacije

Permutacije

Ako nam je dan izvjestan broj predmeta onda se svako raspoređivanje tih predmeta u obliku niza ili slijeda naziva permutacijom zadanih predmeta.

Permutacije bez ponavljanja:

$$P(n) = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!$$

Permutacije s ponavljanjem:

$$P_{(n_1, n_2, \dots, n_k)}(n) = \binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Varijacije

Permutacije

Ako nam je dan izvjestan broj predmeta onda se svako raspoređivanje tih predmeta u obliku niza ili slijeda naziva permutacijom zadanih predmeta.

Permutacije bez ponavljanja:

$$P(n) = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!$$

Permutacije s ponavljanjem:

$$P_{(n_1, n_2, \dots, n_k)}(n) = \binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Varijacije

Načiniti varijaciju od r predmeta nekog skupa od n predmeta znači uzeti iz tog skupa r predmeta i **uzeti u obzir njihov međusobni redosljed**.

- Varijacije bez ponavljanja: $V(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$
- Varijacije s ponavljanjem: $\overline{V}(n, r) = n^r$

Kombinacije

Kombinacije

Načiniti kombinaciju od r predmeta nekog skupa od n predmeta znači uzeti iz tog skupa r predmeta **bez obzira na njihov međusobni raspored**.

- Kombinacije bez ponavljanja:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!}$$

- Kombinacije s ponavljanjem: $\bar{C}(n, r) = \binom{n+r-1}{r}$

Vjerojatnost

Vjerojatnost

- Uvjetna vjerojatnost

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Bayesova formula

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}$$

- Formula potpune vjerojatnosti

$$P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + \dots + P(A|B_n) \cdot P(B_n) \quad \text{uz uvjet } P(B_1) + \dots + P(B_n) = 1$$

Vjerojatnost u osiguranju

- Jednogodišnje vjerojatnosti doživljenja i smrti

$$p_x = 1 - q_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

- n godišnje vjerojatnosti doživljenja i smrti

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad {}_n q_x = 1 - {}_n p_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

Osiguranja

● Osobne rente

● Neodgođena doživotna osobna renta

$$\ddot{a}_x = 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots + \frac{D_\omega}{D_x} = \frac{N_x}{D_x}$$

● Neodgođena osobna renta u trajanju n godina

$$\ddot{a}_{x:n} = 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots + \frac{D_{x+n-1}}{D_x} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

● Doživotna osobna renta odgođena n godina

$${}_n\ddot{a}_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n+1}}{D_x} + \dots + \frac{D_\omega}{D_x} = \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

● Osiguranje za slučaj doživljenja

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Osiguranja

- Osiguranje za slučaj smrti

- Neodgođeno doživotno osiguranje za slučaj smrti

$$A_x = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \dots + \frac{C_\omega}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

- Neodgođeno osiguranje za slučaj smrti u trajanju od n godina

$${}_nA_x = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \dots + \frac{C_{x+n-1}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

- Mješovito osiguranje

- Jednokratna uplata

$$A_{x:n} = {}_nE_x + {}_nA_x = \frac{D_{x+n} + M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

- Godišnja uplata

$$P = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}}$$

Zadatak

Na koliko se načina može napraviti rang lista od 10 kandidata?

Zadatak 1

Zadatak

Na koliko se načina može napraviti rang lista od 10 kandidata?

Rješenje

$$n = 10! = 3\,628\,800$$

Zadatak

Na koliko načina grupa od 12 ljudi može izabrati 3 svoja predstavnika.

Zadatak 2

Zadatak

Na koliko načina grupa od 12 ljudi može izabrati 3 svoja predstavnika.

Rješenje

$$n = \binom{12}{3} = 220$$

Zadatak

Koliko se različitih riječi može dobiti permutiranjem riječi KURIKULUM?

Zadatak 3

Zadatak

Koliko se različitih riječi može dobiti permutiranjem riječi KURIKULUM?

Rješenje

$$P_{(3,2,1,1,1,1)}(9) = \frac{9!}{3!2!1!1!1!1!} = 30\,240$$

Zadatak

Na koliko se načina igrače karte mogu podijeliti između 4 igrača?

Zadatak

Na koliko se načina igrače karte mogu podijeliti između 4 igrača?

Rješenje

$$n = \binom{32}{8} \binom{24}{8} \binom{16}{8} \binom{8}{8} = \frac{32!}{(8!)^4} = 9,956 \cdot 10^{15}$$

Zadatak

Na koliko se načina iz snopa od 32 karte može izvući 8 karata, ali tako da među njima budu 2 zelja, 4 srca, 1 bundeve i 1 žir?

Zadatak 5

Zadatak

Na koliko se načina iz snopa od 32 karte može izvući 8 karata, ali tako da među njima budu 2 zelja, 4 srca, 1 bundeve i 1 žir?

Rješenje

$$n = \binom{8}{2} \binom{8}{4} \binom{8}{1} \binom{8}{1} = 125\,440$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da je u dvorani osoba koja danas ima rođendan? (uz malu nepreciznost zbog postojanja prijestupnih godina)

Zadatak 6

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da je u dvorani osoba koja danas ima rođendan? (uz malu nepreciznost zbog postojanja prijestupnih godina)

Rješenje

$$P(A) = 1 - \frac{364}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdots \frac{364}{365} = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da danas u dvorani postoje dvije osobe koje imaju rođendan na isti dan? (uz malu nepreciznost zbog postojanja prijestupnih godina)

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da danas u dvorani postoje dvije osobe koje imaju rođendan na isti dan? (uz malu nepreciznost zbog postojanja prijestupnih godina)

Rješenje

$$P(A) = 1 - \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdots \frac{365 - n + 1}{365} = 1 - \frac{365!}{(365)^n(365 - n)!}$$

Zadatak

U slatičarnici se nalazi 10 vrsta sladoleda od čega je 6 voćnih. Ukoliko smo se odlučili za tri kuglice različite vrste kolika je vjerojatnost da ćemo dobiti jednu ili nijednu voćnu?

Zadatak

U slatičarnici se nalazi 10 vrsta sladoleda od čega je 6 voćnih. Ukoliko smo se odlučili za tri kuglice različite vrste kolika je vjerojatnost da ćemo dobiti jednu ili nijednu voćnu?

Rješenje

$$P(1) = \frac{\binom{6}{1} \binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{36}{120} = 0,3$$

$$P(0) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120} \approx 0,0333$$

$$P = P(0) + P(1) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3} \approx 0,3333$$

Zadatak

U slatičarnici se nalazi 10 vrsta sladoleda od čega je 6 voćnih. Ukoliko smo se odlučili za tri kuglice kolika je vjerojatnost da ćemo dobiti jednu ili nijednu voćnu?

Zadatak

U slatičarnici se nalazi 10 vrsta sladoleda od čega je 6 voćnih. Ukoliko smo se odlučili za tri kuglice kolika je vjerojatnost da ćemo dobiti jednu ili nijednu voćnu?

Rješenje

$$P(1) = \frac{\binom{6}{1} \binom{4+2-1}{2}}{\binom{10+3-1}{3}} = \frac{60}{220} \approx 0,272727$$

$$P(0) = \frac{\binom{4+3-1}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{20}{220} \approx 0,0909$$

$$P = P(0) + P(1) = \frac{80}{220} = \frac{1}{3} = 0,363636$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da u igri LOTO 6 od 45 bude izvučeno vaših 6 brojeva?

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da u igri LOTO 6 od 45 bude izvučeno vaših 6 brojeva?

Rješenje

$$P = \frac{1}{\binom{45}{6}} \approx 1,2 \cdot 10^{-7}$$

Zadatak

Podijelimo li 32 karte na 4 osobe (Matej, Marko, Luka i Ivan), kolika je vjerojatnost da:

- (a) netko dobije 200 zvanja (četiri dečka),
- (b) Marko ne dobije niti jednoga asa,
- (c) Ivan dobije karte u samo dvije boje,
- (d) Luka i Matej između sebe podijele sve bundeve.

Zadatak

Podijelimo li 32 karte na 4 osobe (Matej, Marko, Luka i Ivan), kolika je vjerojatnost da:

- (a) netko dobije 200 zvanja (četiri dečka),
- (b) Marko ne dobije niti jednoga asa,
- (c) Ivan dobije karte u samo dvije boje,
- (d) Luka i Matej između sebe podijele sve bundeve.

Rješenje

$$(a) P = 4 \cdot \frac{\binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} = 4 \cdot \frac{20\,475}{10\,518\,300} \approx 0,000778643 \approx \frac{1}{1284}$$

$$(b) P = \frac{\binom{28}{8}}{\binom{32}{8}} = \frac{3\,108\,105}{10\,518\,300} \approx 0.295495 \approx \frac{1}{3,4}$$

$$(c) P = \binom{4}{2} \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} = 6 \cdot \frac{12\,870}{10\,518\,300} \approx 0,00734149 \approx \frac{1}{1362}$$

$$(d) P = \frac{\binom{24}{8} \binom{16}{8}}{\binom{32}{8} \binom{24}{8}} = \frac{9\,465\,511\,770}{7\,735\,904\,619\,300} \approx 0,00122358 \approx \frac{1}{817}$$

Zadatak

Profesor matematike je svom razredu dao dva testa. 25% razreda je prošlo oba testa, a 42% je prošlo prvi test. Koji dio onih koji su prošli prvi test su prošli i drugi test?

Zadatak

Profesor matematike je svom razredu dao dva testa. 25% razreda je prošlo oba testa, a 42% je prošlo prvi test. Koji dio onih koji su prošli prvi test su prošli i drugi test?

Rješenje

$$P(P = 1) = 0,42$$

$$P(P = 1, D = 1) = 0,25$$

$$P(D = 1|P = 1) = \frac{P(D = 1, P = 1)}{P(P = 1)} = \frac{0,25}{0,42} = 0,6$$

Zadatak

U studentskoj anketi utvrđeno je da 30 od 40 studenta živi u mjestu studiranja. Ako slučajno odabiremo četiri predstavnika, koliko je vjerojatno da u među njima neće biti ni jednog putnika?

Zadatak

U studentskoj anketi utvrđeno je da 30 od 40 studenata živi u mjestu studiranja. Ako slučajno odabiremo četiri predstavnika, koliko je vjerojatno da u među njima neće biti ni jednog putnika?

Rješenje

$$\begin{aligned}
 P(P_1, P_2, P_3, P_4) &= P(P_4|P_3, P_2, P_1)P(P_3, P_2, P_1) = \\
 &= \frac{27}{37}P(P_3|P_2, P_1)P(P_2, P_1) = \frac{27}{37} \frac{28}{38}P(P_2|P_1)P(P_1) = \\
 &= \frac{27}{37} \frac{28}{38} \frac{29}{39} \frac{30}{40} \approx 0,2999
 \end{aligned}$$

Zadatak

Na nekom fakultetu ispit iz matematike je položilo 75% studenata, ispit iz informatike 85%, a 60% je uspjelo položiti ispite iz oba predmeta.

- (a) Kolika je vjerojatnost da je netko prošao barem jedan od navedena dva ispita?
- (b) Kolika je vjerojatnost da je netko prošao matematiku ako je prošao informatiku?
- (c) Kolika je vjerojatnost da je netko prošao informatiku ako je prošao matematiku?

Zadatak

Na nekom fakultetu ispit iz matematike je položilo 75% studenata, ispit iz informatike 85%, a 60% je uspjelo položiti ispite iz oba predmeta.

- Kolika je vjerojatnost da je netko prošao barem jedan od navedena dva ispita?
- Kolika je vjerojatnost da je netko prošao matematiku ako je prošao informatiku?
- Kolika je vjerojatnost da je netko prošao informatiku ako je prošao matematiku?

Rješenje

M = osoba je prošla matematiku I = osoba je prošla informatiku

$$P(M) = 0,75 \quad P(I) = 0,85 \quad P(M \cap I) = 0,6$$

- $P(M \cup I) = P(M) + P(I) - P(M \cap I) = 1$
- $P(M|I) = \frac{P(M \cap I)}{P(I)} = \frac{0,6}{0,85} = \frac{12}{17} \approx 0,71$
- $P(I|M) = \frac{P(M \cap I)}{P(M)} = \frac{0,6}{0,75} = \frac{4}{5} = 0,8$

Zadatak

Pretpostavimo da neku bolest ima 3% stanovništva, a test bolesti pokazuje lažni znak bolesti s vjerojatnosti 0,001, a lažni znak da nema bolesti s vjerojatnosti 0,01. Kolika je vjerojatnost da je osoba kojoj je test pokazao bolest doista i bolesna.

Zadatak

Pretpostavimo da neku bolest ima 3% stanovništva, a test bolesti pokazuje lažni znak bolesti s vjerojatnosti 0,001, a lažni znak da nema bolesti s vjerojatnosti 0,01. Kolika je vjerojatnost da je osoba kojoj je test pokazao bolest doista i bolesna.

Rješenje

$$P(B = 1) = 0,03$$

$$P(B = 0) = 0,97$$

$$P(T = 0|B = 1) = 0,01$$

$$P(T = 1|B = 0) = 0,001$$

$$\begin{aligned} P(B = 1|T = 1) &= \frac{P(T = 1, B = 1)}{P(T = 1)} = \frac{P(T = 1|B = 1) \cdot P(B = 1)}{P(T = 1)} = \\ &= \frac{P(T = 1|B = 1) \cdot P(B = 1)}{P(T = 1|B = 0) \cdot P(B = 0) + P(T = 1|B = 1) \cdot P(B = 1)} = \\ &= \frac{0,99 \cdot 0,03}{0,001 \cdot 0,97 + 0,99 \cdot 0,03} = 0,968 \end{aligned}$$

Zadatak

U osiguravateljnom društvu vjeruju da se vozači mogu podijeliti u dvije skupine: visokorizične i niskorizične. Statistike im pokazuju da visokorizični vozači imaju barem jednu nesreću unutar godine s učestalošću 0,4, dok za niskorizične ta učestalost iznosi 0,1.

- (a) Pretpostavljajući da je 20% vozača visokorizično, koja je vjerojatnost da će kupac police osiguranja imati nesreću unutar godinu dana od kupnje police?*
- (b) Ako je kupac police imao nesreću unutar godinu dana od kupnje police kolika je vjerojatost da spada u skupinu visokorizičnih?*

Rješenje

$$P(V = VR) = 0,2$$

$$P(V = NR) = 0,8$$

$$P(N = 1|V = VR) = 0,4$$

$$P(N = 1|V = NR) = 0,1$$

$$(a) P(N = 1) = P(N = 1|V = VR) \cdot P(V = VR) + P(N = 1|V = NR) \cdot P(V = NR) = 0,4 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8 = 0,08 + 0,08 = 0,16$$

$$(b) P(V = VR|N = 1) = \frac{P(V = VR, N = 1)}{P(N = 1)} = \frac{P(N = 1|V = VR) \cdot P(V = VR)}{P(N = 1)} = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,16} = 0,5$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da ženska osoba starosti 20 godina doživi 21. rođendan, a kolika da nuška osoba starosti 50 godina doživi 51. rođendan?

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da ženska osoba starosti 20 godina doživi 21. rođendan, a kolika da nuška osoba starosti 50 godina doživi 51. rođendan?

Rješenje

$$l_{20}(f) = 99\,529$$

$$l_{21}(f) = 99\,496$$

$$l_{50}(m) = 91\,941$$

$$l_{51}(m) = 91\,247$$

$$p_{20}(f) = \frac{l_{21}(f)}{l_{20}(f)} = 0,999668$$

$$p_{50}(m) = \frac{l_{51}(m)}{l_{50}(m)} = 0,992452$$

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 30 godina doživi 65. rođendan ili da muška osoba starosti 25 doživi 60. rođendan.

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 30 godina doživi 65. rođendan ili da muška osoba starosti 25 doživi 60. rođendan.

Rješenje

$$l_{30}(f) = 99\,235$$

$$l_{65}(f) = 88\,208$$

$$l_{25}(m) = 98\,215$$

$$l_{60}(m) = 81\,773$$

$${}_{35}p_{30}(f) = \frac{l_{65}(f)}{l_{35}(f)} = 0,8889$$

$${}_{35}p_{25}(m) = \frac{l_{60}(m)}{l_{25}(m)} = 0,8326$$

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 40 godina ili muška osoba starosti 30 godina ne doživi idući rođendan.

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 40 godina ili muška osoba starosti 30 godina ne doživi idući rođendan.

Rješenje

$$l_{40}(f) = 98\,597$$

$$d_{40}(f) = 107$$

$$l_{30}(m) = 97\,647$$

$$d_{30}(m) = 116$$

$$q_{40}(f) = \frac{d_{40}(f)}{l_{40}(f)} = 0,0011$$

$$q_{30}(m) = \frac{d_{30}(m)}{l_{30}(m)} = 0,0012$$

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 18 godina ne doživi 65. rođendan ili da muška osoba starosti 25 godina ne doživi 55. rođendan.

Zadatak

Je li vjerojatnije da ženska osoba starosti 18 godina ne doživi 65. rođendan ili da muška osoba starosti 25 godina ne doživi 55. rođendan.

Rješenje

$$l_{18}(f) = 99\,591$$

$$l_{65}(f) = 88\,208$$

$$l_{25}(m) = 98\,215$$

$$l_{55}(m) = 87\,785$$

$${}_{47}q_{18}(f) = \frac{l_{18}(f) - l_{65}(f)}{l_{18}(f)} = 0,1143$$

$${}_{30}q_{25}(m) = \frac{l_{25}(m) - l_{55}(m)}{l_{40}(m)} = 0,1062$$

Zadatak

Je li veće očekivano trajanje života ženske osobe starosti 36 godina ili muške osobe starosti 28 godina?

Zadatak

Je li veće očekivano trajanje života ženske osobe starosti 36 godina ili muške osobe starosti 28 godina?

Rješenje

$$l_{36}(f) = 98\,931$$

$$l_{28}(m) = 97\,877$$

$$e_{36}(f) = \frac{1}{2} + \frac{1}{l_{36}(f)} \sum_{k=37}^{100} l_k(f) = 43,16$$

$$e_{28}(m) = \frac{1}{2} + \frac{1}{l_{28}(m)} \sum_{k=28}^{100} l_k(m) = 44,585$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će muška osoba starosti 28 godina i ženska osoba starosti 25 godina, s tri godine zajedničkog bračnog staža, slaviti zlatni pir (50 godina braka)?

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će muška osoba starosti 28 godina i ženska osoba starosti 25 godina, s tri godine zajedničkog bračnog staža, slaviti zlatni pir (50 godina braka)?

Rješenje

$$l_{28}(m) = 97\,877$$

$$l_{75}(m) = 47\,189$$

$$l_{25}(f) = 99\,373$$

$$l_{72}(f) = 77\,052$$

$${}_{47}p_{28}(m) = \frac{l_{75}(m)}{l_{28}(m)} = 0,4821$$

$${}_{47}p_{25}(f) = \frac{l_{72}(f)}{l_{25}(f)} = 0,7754$$

$${}_{47}P_{xy} = {}_{47}p_{28}(m) \cdot {}_{47}p_{25}(f) = 0,3738$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će barem jedna osoba iz prethodnog zadatka doživjeti 50. godišnjicu braka.

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će barem jedna osoba iz prethodnog zadatka doživjeti 50. godišnjicu braka.

Rješenje

$$l_{28}(m) = 97\,877$$

$$l_{75}(m) = 47\,189$$

$$l_{25}(f) = 99\,373$$

$$l_{72}(f) = 77\,052$$

$${}_{47}p_{28}(m) = \frac{l_{75}(m)}{l_{28}(m)} = 0,4821$$

$${}_{47}p_{25}(f) = \frac{l_{72}(f)}{l_{25}(f)} = 0,7754$$

$${}_{34}q_{xy} = (1 - {}_{47}p_{28}(m)) \cdot (1 - {}_{47}p_{25}(f)) = 0,1163$$

$$ODG: 1 - {}_{34}q_{xy} = 0,8837$$

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će supruga starosti 28 godina biti udovica tijekom idućih 10 godina, ako joj suprug ima 76 godina?

Zadatak

Kolika je vjerojatnost da će supruga starosti 28 godina biti udovica tijekom idućih 10 godina, ako joj suprug ima 76 godina?

Rješenje

$$l_{28}(f) = 99\,288$$

$$l_{38}(f) = 68\,782$$

$$l_{76}(m) = 44\,127$$

$$l_{86}(m) = 13\,548$$

$${}_{10}p_{28}(f) = \frac{l_{38}(f)}{l_{28}(f)} = 0,9949$$

$${}_{10}q_{76}(m) = \frac{l_{76}(m) - l_{86}(m)}{l_{76}(m)} = 0,6930$$

$$p = {}_{10}p_{28} \cdot {}_{10}q_{76}(m) = 0,6894$$

$$ODG: 1 - {}_{34}q_{xy} = 0,8837$$

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranik starosti 40 godina kako bi nakon navršene 65. godine života raspolagao svotom visine 8 000 eura?

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranik starosti 40 godina kako bi nakon navršene 65. godine života raspolagao svotom visine 8 000 eura?

Rješenje

$$D_{40}(m) = 24\,290,65$$

$$D_{65}(m) = 7\,826,58$$

$$S = 8\,000$$

$$P = S \frac{D_{65}(m)}{D_{40}(m)} = 2\,577,64$$

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranica starosti 50 godina kako bi u slučaju njezine smrti osiguravajuće društvo njezinoj obitelji isplatilo 20 000 eura?

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranica starosti 50 godina kako bi u slučaju njezine smrti osiguravajuće društvo njezinoj obitelji isplatilo 20 000 eura?

Rješenje

$$D_{50}(f) = 17\,347,59$$

$$M_{50}(f) = 6\,489,64$$

$$S = 20\,000$$

$$P = S \frac{M_{50}(f)}{D_{50}(f)} = 7\,481,89$$

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranik starosti 35 godina kako bi bio imao pokriće za doživljenje i smrt u iznosu od 15 000 do dobi 65. godine života?

Zadatak

Koliku jednokratnu premiju mora uplatiti osiguranik starosti 35 godina kako bi bio imao pokriće za doživljenje i smrt u iznosu od 15 000 do dobi 65. godine života?

Rješenje

$$D_{35}(m) = 29\,116,35$$

$$D_{65}(m) = 7\,826,58$$

$$M_{35}(m) = 8\,552,59$$

$$M_{65}(m) = 4\,993,21$$

$$S = 15\,000$$

$$P = S \frac{D_{65}(m) + M_{35}(m) - M_{65}(m)}{D_{35}(m)} = 5\,865,76$$

Zadatak

Koliko iznosi godišnja premija za mješovito osiguranje u iznosu od 15 000 do dobi 65 osiguranika starosti 35 godina

Zadatak

Koliko iznosi godišnja premija za mješovito osiguranje u iznosu od 15 000 do dobi 65 osiguranika starosti 35 godina

Rješenje

$$D_{35}(m) = 29\,116,35$$

$$D_{65}(m) = 7\,826,58$$

$$M_{35}(m) = 8\,552,59$$

$$M_{65}(m) = 4\,993,21$$

$$N_{35}(m) = 608\,099,77$$

$$N_{65}(m) = 83\,786,86$$

$$S = 15\,000$$

$$A_{35:30} = \frac{D_{65}(m) + M_{35}(m) - M_{65}(m)}{D_{35}(m)} = 5\,865,76$$

$$\ddot{a}_{35:30} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = 18,0075$$

$$P = S \frac{A_{35:30}}{\ddot{a}_{35:30}} = 325,74$$